

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR
VACANTE/REZERVATE DIN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

17 iulie 2024

Probă scrisă
MATEMATICĂ

Varianta 3

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

ЗАВДАННЯ I

(30 балів)

1. Розглядають вираз $E(z) = z^2 + z \cdot |z| \cdot i - 4$, де z - комплексне число.
- 56 a) Докажіть, що $|E(m)| \geq 2\sqrt{2}$ для будь-якого дійсного числа m .
- 56 b) Визначте комплексне число z , для якого $E(z) = z^2$.
- 56 c) Докажіть, що якщо $\bar{z} \cdot E(z) = z \cdot E(\bar{z})$, де \bar{z} - спряжене до комплексного числа z , тоді z - дійсне число.
2. Розглядають трикутник ABC , прямокутний у A , де $AC < AB$. Точка D симетрична до точки A відносно прямої BC , точка E - проекція точки D на пряму AB , точка M - точка перетину прямих AD і BC , N - точка перетину прямих BC і DE .
- 56 a) Докажіть, що $EM = \frac{AB \cdot AC}{BC}$.
- 56 b) Докажіть, що відрізки AN і AC однакової довжини.
- 56 c) Пряма AN перетинає прямі EM і BD у точках P та відповідно Q , а пряма QM перетинає пряму AC у точці S . Докажіть, що точка S симетрична до точки P відносно прямої AD .

ЗАВДАННЯ II

(30 балів)

1. Для функції $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ на множині дійсних чисел, задають закон композиції $x \circ y = f(xy) - f(x+y)$.
- 56 a) Для $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^2$, визначте дійсні числа x , для яких $x \circ x = 0$.
- 56 b) Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax$, де a - дійсне число. Визначте дійсні числа a , для яких закон композиції „ \circ ” є асоціативним.
- 56 c) Докажіть, що (\mathbb{R}, \circ) не є групою, якою би не була функція $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$.
2. Розглядають функцію $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^x - \frac{x^2}{2} - x - 1$.
- 56 a) Напишіть рівняння дотичної до графіка функції f , у точці з абсцисою $x = 0$, яка знаходиться на графіці функції f .
- 56 b) Докажіть, що функція f строго зростаюча.
- 56 c) Для кожного ненульового натурального числа n розглядають число $I_n = \int_{\frac{1}{n}}^1 \frac{x^2}{f(x)} dx$.
- Докажіть, що $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(I_n + 2 \ln f\left(\frac{1}{n}\right) \right) = 2 \ln \left(1 - \frac{5}{2e} \right)$.

ЗАВДАННЯ III

(30 балів)

Наступний фрагмент є частиною шкільної програми з математики для 7-го класу.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

VII-й клас	
1.3. Identificarea unor informații din tabele, grafice și diagrame	<ul style="list-style-type: none"> - Extragerea unei informații dintr-un tabel, grafic sau diagramă - Identificarea modului adecvat de reprezentare a unor date - Identificarea unor exemple de corespondențe matematice în contexte variate
2.3. Prelucrarea unor date sub formă de tabele, grafice sau diagrame în vederea înregistrării, reprezentării și prezentării acestora	<ul style="list-style-type: none"> - Prelucrarea statistică a unor date reprezentate în tabel - Reprezentarea unor date prin diagrame, grafice circulare sau grafice cu bare - Reprezentarea unor date în tabele cu una sau cu două intrări
3.3. Alegerea metodei adecvate de reprezentare a problemelor în care intervin dependențe funcționale și reprezentări ale acestora	<ul style="list-style-type: none"> - Reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor puncte având coordonatele numere reale - Analizarea unor seturi de date pentru a determina un mod adecvat de reprezentare grafică a acestora - Interpretarea unei informații extrase dintr-un tabel sau listă
4.3. Descrierea în limbajul specific matematicii a unor elemente de organizare a datelor	<ul style="list-style-type: none"> - Reprezentarea produsului cartezian a două mulțimi numerice finite - Evidențierea egalității între cardinalul produsului cartezian a două mulțimi finite și produsul cardinalelor celor două mulțimi - Exprimarea distanței dintre două puncte în plan ca lungimea ipotenuzei unui triunghi dreptunghic într-un sistem de axe ortogonale
5.3. Analizarea unor situații practice prin elemente de organizare a datelor	<ul style="list-style-type: none"> - Interpretarea unor informații extrase dintr-un tabel/listă/grafic - Verificarea unor afirmații pe cazuri particulare prin construirea unor exemple și/sau contraexemple - Interpretarea reprezentării a două sau mai multor puncte într-un sistem de axe ortogonale, din punct de vedere geometric sau din punct de vedere al fenomenului asociat
6.3. Transpunerea unei situații date într-o reprezentare adecvată (text, formulă, diagramă, grafic)	<ul style="list-style-type: none"> - Construirea și interpretarea unor diagrame cu date din situații practice - Determinarea unor mulțimi finite atunci când se cunoaște reprezentarea geometrică a produsului lor cartezian - Rezolvarea unor probleme simple de geometrie pornind de la reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale

[...]

Domeniu de conținut	Conținuturi
Organizarea datelor	3. ELEMENTE DE ORGANIZARE A DATELOR <ul style="list-style-type: none"> • Produsul cartezian a două mulțimi nevide; sistem de axe ortogonale în plan; reprezentarea într-un sistem de axe ortogonale a unor perechi de numere reale; reprezentarea punctelor într-un sistem de axe ortogonale; distanța dintre două puncte din plan • Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice; poligonul frecvențelor

Notă: Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

На основі інформації з наведеного вище фрагменту, для оцінки формування / розвитку зазначених специфічних компетентностей, розробіть зразок оцінювання наприкінці навчального розділу **«Елементи з організації даних»**, яке би складалося з п'яти тестових завдань: *завдання на доповнення, завдання з короткою відповіддю, завдання множинного вибору, завдання типу структурованого запитання та одне завдання типу розв'язання задач.*

Для кожного запропонованого завдання:

- вкажіть специфічну компетентність, яка оцінюється;
- вкажіть навчальну діяльність, де би ви використали це завдання;
- вкажіть одну перевагу використання даного типу завдання;
- вкажіть один недолік використання даного типу завдання;
- дотримуйтесь формату тестового завдання;
- дотримуйтеся наукової точності, включаючи очікувану відповідь.