

**VI. Országos Magyar Matematikaolimpia**  
**XXXIII. EMMV**  
megyei szakasz, 2024. február 3.

**IX. osztály**

**1. feladat.** a) Határozd meg, hogy hány  $(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$  számpár teljesíti az

$$a^2 + b^2 + 2 \leq 2a + 6b$$

egyenlőtlenséget!

b) Ha  $x \in (2, 3)$  és  $y \in (3, 4)$  valós számok, akkor igazold, hogy  $\frac{(2x-5)(y-3)}{x-2} < 1$ .

**2. feladat.** Bálint felírt a táblára 3 egymásután következő nullától különböző természetes számot. Dani észrevette, hogy a három szám közül az egyik prímszám, egy másik négyzetszám, a harmadik pedig köbszám (nem feltétlenül ebben sorrendben). Melyik három szám szerepelhetett a táblán? Határozd meg az összes lehetőséget!

**3. feladat.** Jelölje  $M$  az  $ABCD$  paralelogramma  $BC$  oldalának  $B$  ponthoz közelebbi harmadolópontját valamint  $N$  a  $DC$  oldal tetszőleges pontját. Az  $AM$  és  $BN$  egyenesek metszéspontja  $P$ . Igazold, hogy  $\frac{PM}{AM} + \frac{3BP}{BN} = 1$ .

**4. feladat.** Egy  $4 \times 4$ -es táblázat minden mezőjében kezdetben a 0 szám áll. Egy lépésben a táblázat két oldalszomszédos négyzetében lévő számokat 1-gyel növeljük. Megkaphatjuk-e ilyen lépésekkel az alábbi táblázatokat?

a)

1	2	4	5
7	8	10	12
11	13	15	17
18	19	20	21

b)

1	2	4	5
7	8	10	12
11	13	14	17
18	19	20	21

c)

1	2	3	4
5	6	7	8
9	10	11	12
13	14	15	16